

# Calcul de précision des principaux estimateurs de l'Enquête 2012 sur les conditions de vie des bénéficiaires de minima sociaux de la Drees

Audrey Isel, Emmanuel Gros

# Contexte

- Des travaux réalisés dans le cadre du stage de Master 2 de Statistique-Econométrie, spécialité Statistique Publique, proposé par l'Ensaï et l'Université Rennes 1.
- Au coeur de l'article, l'enquête 2012 sur les conditions de vie des bénéficiaires de minima sociaux de la Drees.
- Un objectif de quantification du « reste-à-vivre » des bénéficiaires de minima sociaux rendant le calcul de précision nécessaire.
- Etude d'une population particulière de bénéficiaires de minima sociaux : les allocataires du minimum vieillesse relevant de la Cnav.

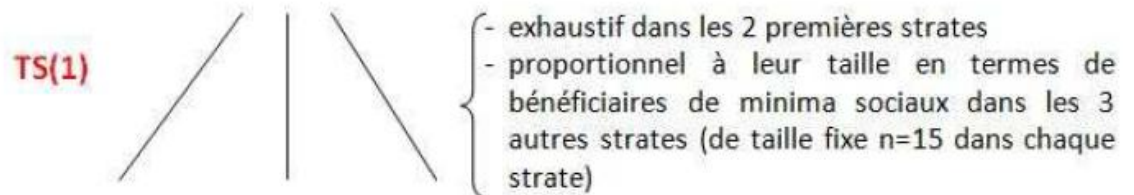
# Plan de sondage de l'enquête

Un tirage à 3 degrés (avec des stratifications préalables à chaque degré) :

- 1<sup>er</sup> degré : les départements

Univers : France métropolitaine hors Corse

Stratification préalable : 5 strates de départements

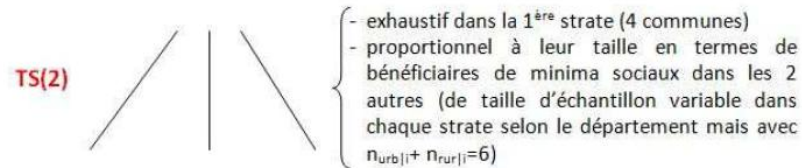


Échantillon  $s_i$  d'unités primaires : les départements

- 2<sup>e</sup> degré : les communes ou fractions de cantons

### Échantillon $s_i$ d'unités primaires : les départements

Stratification préalable : 3 strates de communes et fractions de cantons



### Échantillon $s_{iq}$ d'unités secondaires : les communes et fractions de cantons

Stratification préalable par minimum social

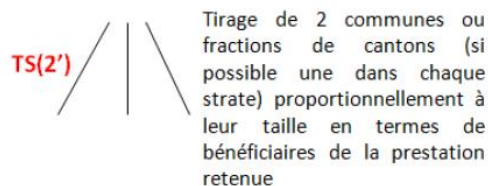
Dans le cas du minimum vieillesse, stratification par organisme gestionnaire

Test dans chacun des départements :

« Est-ce que le minimum social de l'organisme considéré y est un critère rare ? »

Si « oui » : Introduction d'une phase de tirage supplémentaire.

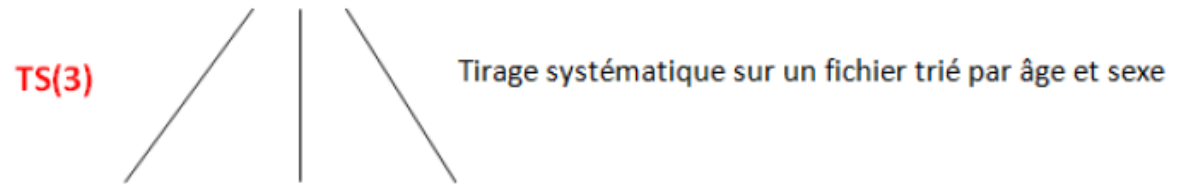
Dans le département considéré, hors strate exhaustive, parmi les 6 communes ou fractions de cantons sélectionnées dans les strates 2 et 3



Si « non » : Aucune opération supplémentaire n'est nécessaire.

- 3<sup>e</sup> degré : les bénéficiaires, prestation par prestation

*Dans chaque commune et fraction de cantons préalablement sélectionnée :*



**Échantillon final : les bénéficiaires du minimum vieillesse relevant de chacun des organismes**

# Estimation de la variance d'échantillonnage

1<sup>ère</sup> étape : Estimation sans prise en compte du traitement de la non-réponse et du calage sur marges

⇒ Mise en oeuvre d'un système récursif basé sur la formule de Raj

Dans le cas d'un tirage à 2 degrés, on a : 
$$\hat{V}(t_y) = f(t_y) + \sum_{i \in s} \frac{\hat{V}_i}{\pi_i}$$

avec  $f(t_y)$  l'estimateur de la variance relative au 1<sup>er</sup> degré de sondage

$\hat{V}_i$  l'estimateur de la variance de  $t_i$  liée au 2<sup>e</sup> degré de sondage au sein de l'unité primaire  $i$

## Univers : France métropolitaine hors Corse

**TS(1)**



$$\hat{V}(\hat{t}_y) = f^{TS(1)}(\hat{t}_i) + \sum_{i \in S} w_i \hat{V}(\hat{t}_i)$$

avec  $\hat{t}_y = \sum_{i \in S} w_i \hat{t}_i$

et  $w_i = \frac{1}{\pi_i}$

Échantillon  $s_i$  d'unités primaires : les départements

---

**TS(2)**



$$\hat{V}(\hat{t}_i) = f^{TS(2)}(\hat{t}_{iq}) + \sum_{q \in S_i} w_{q|i} \hat{V}(\hat{t}_{iq})$$

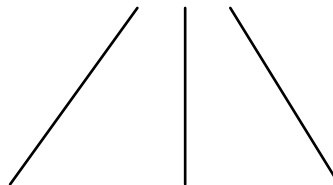
avec  $\hat{t}_i = \sum_{q \in S_i} w_{q|i} \hat{t}_{iq}$

et  $w_{q|i} = \frac{1}{\pi_{q|i}}$

Échantillon  $s_{iq}$  d'unités secondaires : les communes et fractions de cantons

---

**TS(3)**



$$\hat{V}(\hat{t}_{iq}) = f^{TS(3)}(y_k)$$

avec  $\hat{t}_{iq} = \sum_{k \in S_{iq}} w_{k|i,q} y_k$

et  $w_{k|i,q} = \frac{1}{\pi_{k|i,q}}$



Échantillon final : les bénéficiaires du minimum vieillesse relevant de chacun des organismes

# Estimation de la variance d'échantillonnage : Tirage systématique au 3<sup>e</sup> degré

Après avoir trié, dans chaque unité secondaire  $iq$ , les allocataires du minimum vieillesse relevant de la Cnav selon leur âge et leur sexe, on estime la variance liée à ce 3<sup>e</sup> degré de sondage de la façon suivante :

$$\begin{aligned}\hat{V}(t_{iq}) &= f^{TS(3)}(y_k) \\ &= (w_{k|iq} n_{iq})^2 \left(1 - \frac{1}{w_{k|iq}}\right) \frac{1}{2n_{iq}(n_{iq} - 1)} \sum_{k=1}^{n_{iq}-1} (y_k - y_{k+1})^2\end{aligned}$$

avec  $w_{k|iq}$  le poids de l'individu  $k$  qui réside dans la commune ou fraction de canton  $q$  du département  $i$   
 $n_{iq}$  le nombre d'allocataires du minimum vieillesse relevant de la Cnav dans l'échantillon



# Estimation de la variance d'échantillonnage : Tirages à probabilités inégales aux 1<sup>er</sup> et 2<sup>e</sup> degrés

Après stratification, les unités primaires et secondaires des strates non exhaustives ont été sélectionnées proportionnellement à leur taille en termes de bénéficiaires de minima sociaux.

L'approximation retenue pour estimer ces variances est celle de Deville :

$$\hat{V}(t_{y\pi}) = \frac{n}{n-1} \sum_{k \in s} (1 - \pi_k) \left( \frac{y_k}{\pi_k} - \frac{\sum_{k \in s} (1 - \pi_k) \frac{y_k}{\pi_k}}{\sum_{k \in s} (1 - \pi_k)} \right)^2$$

Cette formule est à ajuster selon le degré de sondage considéré et à injecter dans  $f^{TS(1)}(\hat{t}_i)$  et  $f^{TS(2)}(\hat{t}_{iq})$ .

# Un 2<sup>e</sup> degré de tirage en 2 phases lorsque le minimum vieillesse est un “critère rare”

Pour tenir compte de cet ajustement majeur du plan de sondage, 300 000 tirages d'échantillons d'unités secondaires ont été simulés.

Idée : Assimiler ce tirage en 2 phases à un tirage en 1 phase

⇒ probabilités de sélection des unités secondaires = probabilités estimées par réplification

## Résultats de ces premières estimations

	Paramètre estimé	$\hat{V}$	$\widehat{V}_{SAS}$	$\widehat{CV}$	$\widehat{Inf}_{IC}$	$\widehat{Sup}_{IC}$	$\widehat{Deff}$
Montant mensuel moyen de minimum vieillesse perçu	316,9	14,0	10,3	1,2	309,6	324,2	1,358
Nombre total d'allocataires pauvres en conditions de vie	158 295	34 038 892	8 752 497	3,7	146 860	169 730	3,889
Proportion d'allocataires disposant d'un patrimoine immobilier	14,7 %	0,000 053	0.000 044	4,9	13,3 %	16,2 %	1,205

*Cadre : Sans prise en compte de la non-réponse totale et du calage sur marges  
Pondération utilisée : poids de sélection initial des allocataires*

# Prise en compte de la non-réponse totale

*Le taux de réponse des allocataires du minimum vieillesse est de 33% (contre 50% en moyenne pour les bénéficiaires des autres minima sociaux).*

Une modélisation par une phase de tirage supplémentaire : Tirage de l'échantillon des répondants au sein de l'échantillon sélectionné initialement.

Au final, cette phase de non-réponse peut être vue comme un degré de sondage supplémentaire  $\Rightarrow$  Utilisation de la formule de Rao pour le prendre en compte dans l'estimation de la précision :

$$\hat{V}(\hat{t}_{y,CNR}) = f\left(\frac{t_y \mathbb{I}_r}{\hat{p}_{rép}}\right) + \sum_{k \in s} \left( \left( \frac{1}{\pi_k} \right)^2 - q_k \right) (1 - \hat{p}_{k,rép}) \left( \frac{y_k \mathbb{I}_{i \in r}}{\hat{p}_{k,rép}} \right)^2$$

avec  $f$  la forme quadratique permettant d'estimer la variance de  $\hat{t}_y$  en l'absence de non-réponse  
 $q_k$  le coefficient associé aux termes diagonaux de la forme quadratique  $f$

# Résultats des estimations avec prise en compte de la non-réponse totale

Précision de l'estimateur de montant mensuel moyen de minimum vieillesse perçu :

	Paramètre estimé	$\hat{V}$	$\widehat{V}_{SAS}$	$\widehat{CV}$	$\widehat{Inf}_{IC}$	$\widehat{Sup}_{IC}$	$\widehat{Deff}$
<b>Sans</b> prise en compte de la non-réponse	316,9	14,0	10,3	1,2	309,6	324,2	1,358
<b>Avec</b> prise en compte de la non-réponse	319,3	41,9	31,2	2,0	306,6	332,0	1,343

*Cadre : Sans prise en compte du calage sur marges*

# Prise en compte du calage sur marges

Pour les allocataires du minimum vieillesse relevant de la Cnav, 9 variables ont été utilisées pour redresser les résultats de l'enquête :

- l'âge (en 6 tranches)
- le sexe
- être en couple ou isolé
- être né en France ou à l'étranger
- le type d'allocation du minimum vieillesse perçu
- être au minimum vieillesse depuis moins de 10 ans ou depuis 10 ans ou plus
- le montant mensuel de minimum vieillesse perçu (en 3 tranches)
- le type de droit perçu (droit propre, droit dérivé ou les 2)
- la strate de département à laquelle appartient la commune de résidence

Approximation de Deville et Särndal :  $\hat{V}(\hat{t}_{y,calé}) \approx \hat{V}(\hat{t}_{\varepsilon,CNR})$

avec  $\varepsilon$  la variable de résidu de la régression de Y sur les variables de calage pondérée par le poids de non-réponse

On a donc : 
$$\hat{V}(\hat{t}_{y,calé}) = f\left(\frac{t_{\varepsilon} \mathbb{I}_r}{\hat{p}_{rép}}\right) + \sum_{k \in s} \left( \left(\frac{1}{\pi_k}\right)^2 - q_k \right) (1 - \hat{p}_{k,rép}) \left( \frac{\varepsilon_k \mathbb{I}_{i \in r}}{\hat{p}_{k,rép}} \right)^2$$

## Effet de calage

Variable d'intérêt	Estimation de l'effet de calage
Montant mensuel moyen de minimum vieillesse perçu	0.17
Total d'allocataires pauvres en conditions de vie	0.41
Proportion d'allocataires ayant connu de longues périodes d'activité ou n'ayant jamais travaillé	0.73
Proportion d'allocataires qui se déclarent en mauvaise santé	0.85
Proportion d'allocataires disposant d'un patrimoine immobilier	0.80

## Précision finale des estimateurs retenus

	Montant mensuel moyen de minimum vieillesse perçu	Nombre total d'allocataires pauvres en conditions de vie	Proportion d'allocataires ayant connu de longues périodes d'activité ou n'ayant jamais travaillé	Proportion d'allocataires qui se déclarent en mauvaise santé	Proportion d'allocataires disposant d'un patrimoine immobilier
<b>Paramètre estimé</b>	316.9	141 784	22,3 %	46,6 %	14,3 %
$\hat{V}$	7.1	24 651 594	0,000 149	0,000 258	0,000 154
$\widehat{V}_{SAS}$	6.5	20 037 964	0,000 138	0,000 238	0,000 115
$\widehat{CV}$	0,8 %	3,5 %	5,5 %	3,5 %	8,7 %
$\widehat{Inf}_{IC}$	311,6	132 052	19,9 %	43,5 %	11,8 %
$\widehat{Sup}_{IC}$	322,1	151 515	24,7 %	49,8 %	16,7 %
$\widehat{Def}_{ff}$	1,092	1,230	1,079	1,087	1,340



## Conclusion

Au vu des résultats obtenus, une enquête statistique de très bonne qualité.

Des travaux complémentaires peuvent être envisagés :

- Extension du champ de l'étude aux autres minima sociaux de l'enquête  
⇒ Problème du tirage en 2 phases, la base de sondage utilisée étant elle-même un échantillon
- Extension à d'autres variables d'intérêt, en particulier aux variables quantitatives qui seront disponibles mi-2015

**Merci de votre attention !**