Un exemple d'application de la décomposition de la mesure de Gini aux inégalités par genre et par catégories socioprofessionnelles

Malik Koubi *
Stéphane Mussard **
Françoise Seyte **
Michel Terraza **

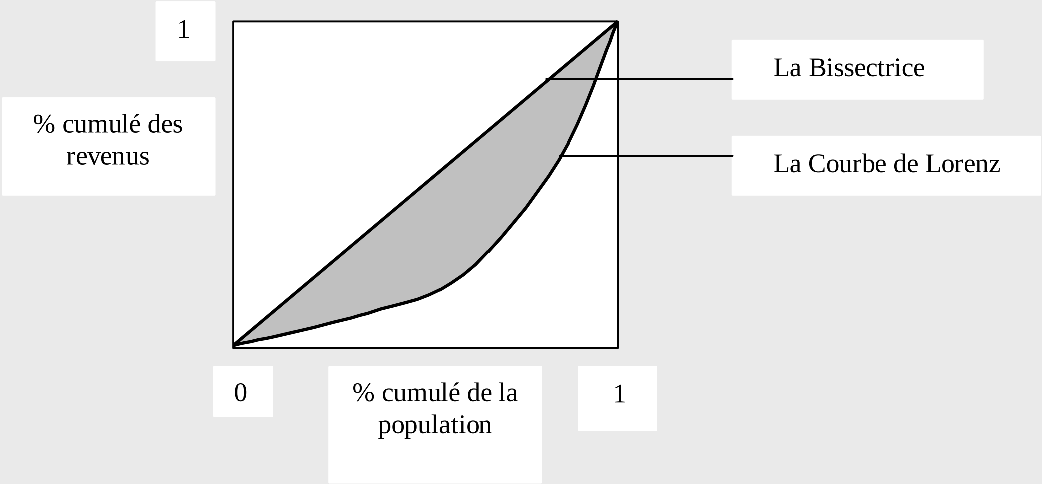
* DARES, Département Salaires
** LAMETA, UFR Sciences Economiques, Université de Montpellier I

JMS - INSEE
Lundi 14 Mars 2004
Paris

I. Introduction

→ L'indice de Gini (1914) provient de la différence moyenne de Gini (1912).

→ Gini (1914) montre aussi que son indice se calcule par l'intermédiaire de la courbe de Lorenz (1905). Techniquement, il mesure deux fois l'aire contenue entre la première bissectrice et la courbe de Lorenz.



<u>II. La décomposition de l'indicateur de Gini</u>

<u>La décomposition en sous-groupes</u>

<u>Définition</u>: séparer une mesure d'inégalité en indice intragroupe et indice intergroupe

$$I = Iw + Ib$$

- Theil (1967) pour l'entropie
- Battacharya-Mahalanobis pour Gini (1969)
- Pyatt (1976) : décomposition de Gini et théorie des jeux
- Silber (1989) : décomposition de Gini et approche matricielle
- Lambert et Aronson (1993) : décomposition de Gini et courbe de Lorenz
- Mookherjee et Shorrocks (1982) : remise en question de la décomposition. Il existe 3 composantes.
- Dagum (1997) : décomposition de Gini et transvariation

- Indice de Gini et différence moyenne de Gini

$$G = \frac{\sum_{i=1}^{n}\sum_{r=1}^{n}\left|y_i - y_r\right|}{2n^2\mu}.$$

y_i = revenus, salaires

n = taille de la distribution

μ = moyenne

- L ’indice de Gini intragroupe

$$G_{jj} = \frac{\sum_{i=1}^{n_j}\sum_{r=1}^{n_j}\left|y_i - y_r\right|}{2n_j^2\mu_j}.$$

n_j = taille du groupe j

μ_j = moyenne du groupe j

- L 'indice de Gini entre 2 groupes [Dagum (1987)]

→ n_j et n_h = tailles des groupes j et h

→ μ_j et μ_h = moyennes des groupes j et h

$$G_{jh} = \frac{\sum_{i=1}^{n_j} \sum_{r=1}^{n_h} \left| y_{ji} - y_{hr} \right|}{n_j \, n_h \left(\mu_j + \mu_h \right)} , \forall j,h = 1,\dots,k \; .$$

- Les pondérations

$\rightarrow$ part de population du groupe j

$\rightarrow$ part de revenu du groupe j

$$p_j = \frac{n_j}{n}, \quad s_j = \frac{n_j \mu_j}{n \mu}.$$

- La décomposition en deux composantes

$$G = \sum_{j=1}^{k} G_{jj}\, p_j\, s_j + \sum_{j=2}^{k} \sum_{h=1}^{j-1} G_{jh} \left(p_j\, s_h + p_h\, s_j \right)$$

$$G = G_w + G_{gb}$$

$\rightarrow$ Une autre formulation

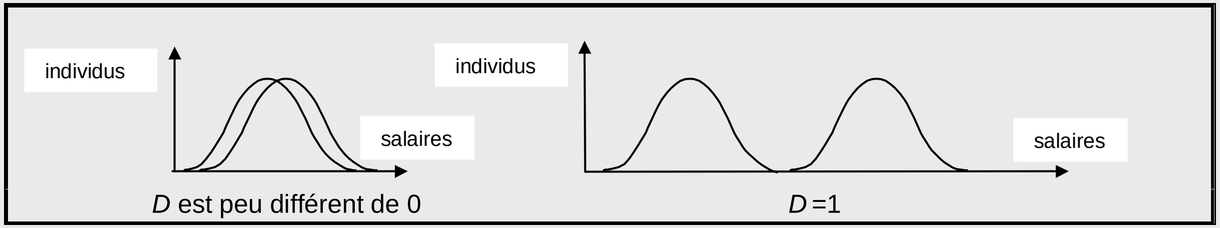
$$G = \frac{\sum_{j=1}^{k} \sum_{i=1}^{n_j} \sum_{r=1}^{n_j} \left| y_{ji} - y_{jr} \right|}{2n^2\mu} + \frac{2 \sum_{j=2}^{k} \sum_{h=1}^{j-1} \sum_{i=1}^{n_j} \sum_{r=1}^{n_h} \left| y_{ji} - y_{hr} \right|}{2n^2\mu}$$

- Les distances économiques : Dagum (1980)

→ Formulation

$$D_{jh} = \frac{\left(\sum_{y_{ji} < y_{hr}} \left(y_{hr} - y_{ji}\right)\right) - \left(\sum_{y_{ji} > y_{hr}} \left(y_{ji} - y_{hr}\right)\right)}{\sum_{i=1}^{n_j} \sum_{r=1}^{n_h} \left| y_{ji} - y_{hr} \right|}, \forall \mu_j < \mu_h$$

→ Représentation



- La décomposition en trois éléments

$\rightarrow$ Formulation

$$G = \sum_{j=1}^{k} G_{jj}\, p_j\, s_j + \sum_{j=2}^{k} \sum_{h=1}^{j-1} G_{jh}\, D_{jh} \left(p_j\, s_h + p_h\, s_j\right) + \sum_{j=2}^{k} \sum_{h=1}^{j-1} G_{jh} \left(1 - D_{jh}\right)\left(p_j\, s_h + p_h\, s_j\right)$$

$\rightarrow$ Définitions de G_w, G_b, G_t

$$G = G_w + G_b + G_t$$

$\rightarrow$ Décomposition en deux composantes

$$G = G_w + G_{gb} \qquad G_{gb} = G_b + G_t$$

- Propriétés

→ si $\mu_1 = \ldots = \mu_k = \mu$ (distributions i.i.d.)

$$G = G_w + G_t$$

→ Distributions également distribuées

$$D_{jh} = 0,\ G_b = 0,\ G_{jh} = G_{jj} = G = G_w = G_t = 0$$

- Des inégalités intergroupes complexes

→ G_{gb} augmente

  - G_{nb} diminue
  - G_t augmente

III. Illustration

- Décomposition par sexe

Tableau 1 : Indices de Gini par sexe en 1976 et 2000

Mesures	1976		2000	
Gini total (*G*)	0,3221		0,2962	
G_w	0,1821	(56,54)	0,1642	(55,44)
G_b	0,0642	(19,93)	0,0386	(13,03)
G_t	0,0758	(23,53)	0,0934	(31,53)
$G_{gb} = G_b + G_t$	0,14	(43,46)	0,1320	(44,56)

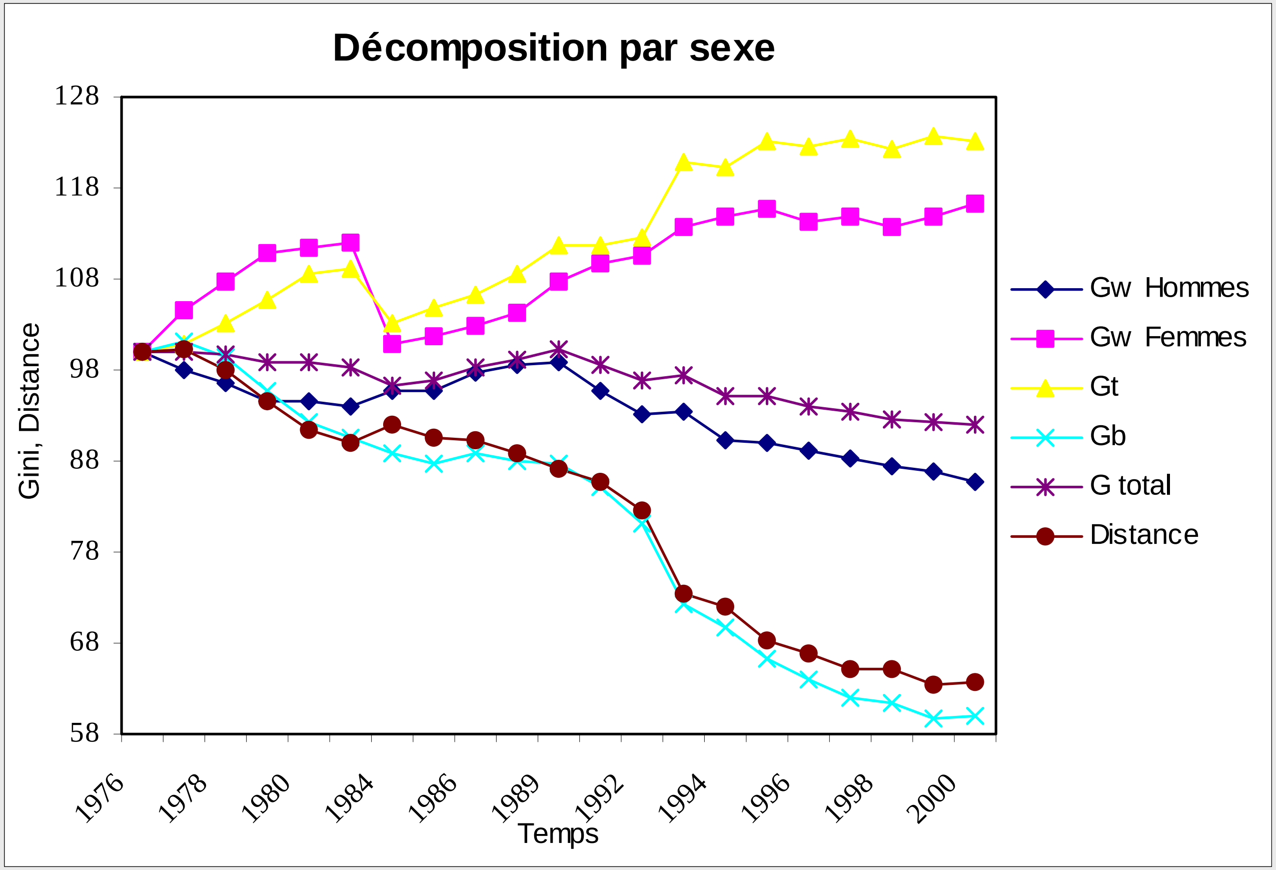
* Les valeurs entre parenthèses sont les contributions des éléments à l'inégalité totale *G*
** Source : Déclaration annuelle de données sociales : salariés à temps plein du secteur privé

→ Augmentation des inégalités chez les femmes : 8,25% à 10,4% de l'inégalité totale

→ Complexité intergroupe : $G_b\downarrow, G_t\uparrow, G_{gb}\downarrow$

→ $G_b = 0$ ($\mu_j = \mu_h$) : année 2065

Laboratoire Montpelliérain d'Economie Théorique et Appliquée



- Décomposition par PCS

Tableau 2 : Indices de Gini par PCS en 1976 et 2000

Mesures	1976		2000	
Gini total (G)	0,3222		0,2961	
G_w	0,0961	(29,83)	0,0577	(19,49)
G_b	0,1340	(41,59)	0,1741	(58,80)
G_t	0,0921	(28,58)	0,0643	(21,71)
$G_{gb} = G_b + G_t$	0,2261	(70,17)	0,2384	(80,51)

* Les valeurs entre parenthèses sont les contributions des éléments à l'inégalité totale G

** Source : Déclaration annuelle de données sociales : salariés à temps plein du secteur privé

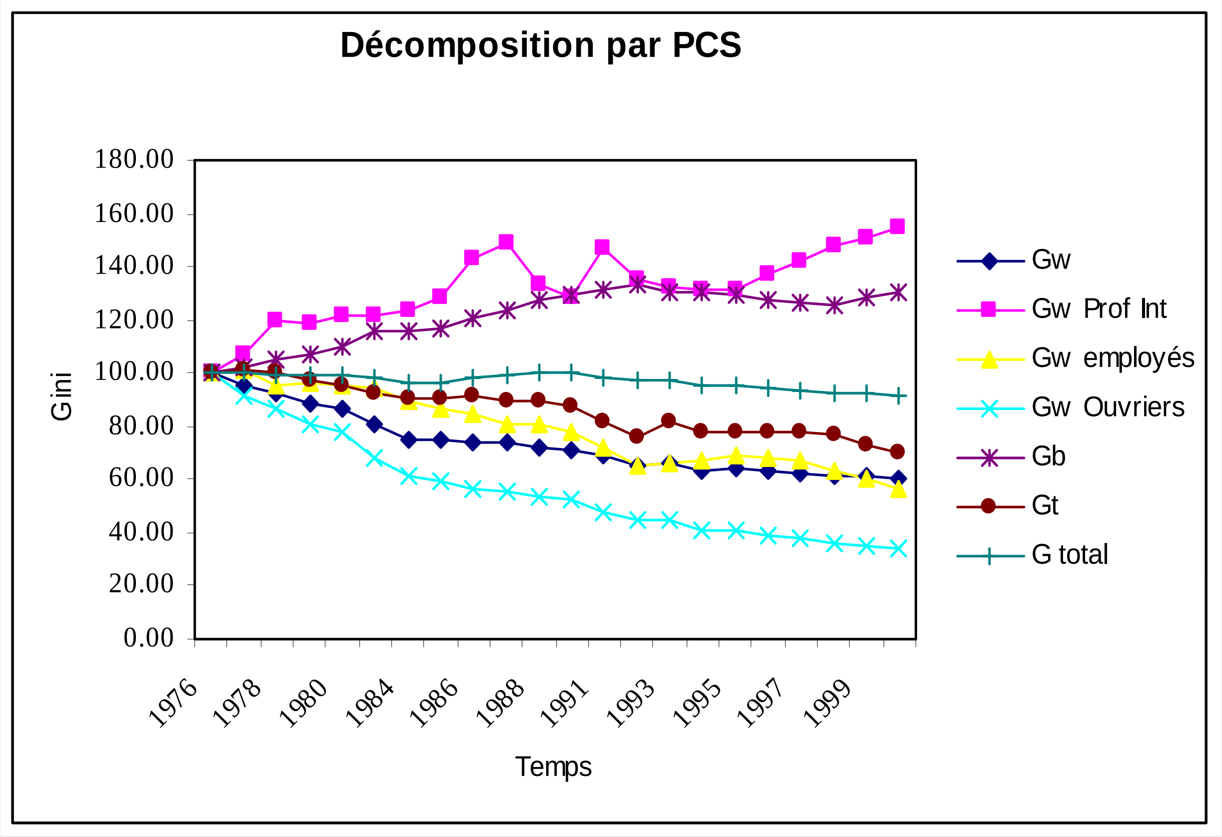
→ Forte diminution chez les ouvriers et employés -63,4% et -38,1%

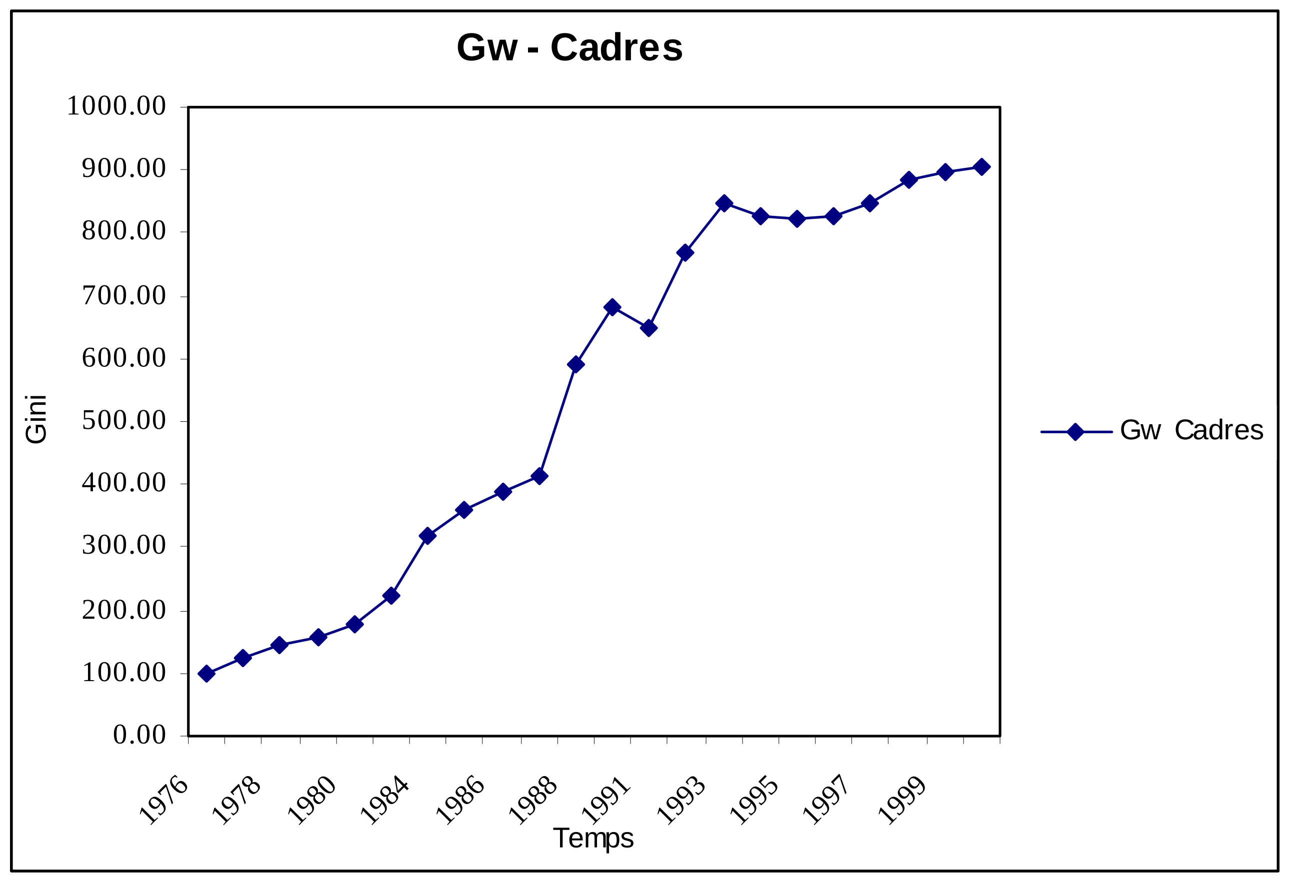
→ Cadres : 0,32% en 1976 → 3,19% en 2000 (nombre de cadres passe de 9% à 26%)

→ Employés : 3,11% de l 'inégalité totale en 2000

→ Professions intermédiaires : 5,39% en 2000

→ Relation opposée : Inégalité/Pauvreté


Décomposition par PCS
Gini
180.00
160.00
140.00
120.00
100.00
80.00
60.00
40.00
20.00
0.00
1976
1978
1980
1984
1986
1988
1991
1993
1995
1997
1999
Temps
Gw
Gw Prof Int
Gw employés
Gw Ouvriers
Gb
Gt
G total


Gw - Cadres
1000.00
900.00
800.00
700.00
600.00
500.00
400.00
300.00
200.00
100.00
0.00
Gini
1976
1978
1980
1984
1986
1988
1991
1993
1995
1997
1999
Temps
Gw Cadres

IV. Conclusion

→ Les décompositions augmentent les déterminants des inégalités

→ Les décompositions intègrent de plus en plus les modèles paramétriques

→ Décompositions et pauvreté